

Trigonometria

Trigonometria com significado: seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico, com ângulos notáveis e questões de ENEM, vestibular e SAT.

Num triângulo retângulo, se você fixa um ângulo agudo θ , as **razões entre os lados** ficam fixas, não importa o tamanho do triângulo. Essas razões têm nome: **seno**, **cosseno** e **tangente**. Com elas, um ângulo e um lado bastam para descobrir os outros lados: altura de prédios, rampas, distâncias que não dá para medir com trena.

Regra 1

SOH-CAH-TOA

$$\sin \theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \quad \cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hip}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{op}}{\text{adj}} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

"Oposto" e "adjacente" dependem do ângulo escolhido. A hipotenusa é sempre o lado em frente ao ângulo reto. Vale **só** em triângulo retângulo.

Regra 2

Ângulos notáveis

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

O cosseno é a mesma lista ao contrário: $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. E $\tan 45^\circ = 1$.

Regra 3

Relações fundamentais

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$$

A primeira é Pitágoras no círculo de raio 1. A segunda diz que os dois ângulos agudos de um triângulo retângulo trocam seno e cosseno.

Exemplos resolvidos, passo a passo

Exemplo resolvido: A rampa de acessibilidade

Uma rampa forma 30° com o chão e tem 12 m de comprimento. Que altura ela vence e quanto ela ocupa no chão (comprimento horizontal)?

$$1. h = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ m.}$$

$$2. d = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \approx 10,4 \text{ m.}$$

$$3. \text{ Conferindo com Pitágoras: } 6^2 + (6\sqrt{3})^2 = 36 + 108 = 144 = 12^2 \checkmark.$$

Resposta: Altura 6 m; no chão $6\sqrt{3} \approx 10,4$ m

Exemplo resolvido: Altura de um prédio sem subir nele

De um ponto no chão a 20 m da base de um prédio, uma pessoa vê o topo sob um ângulo de elevação de 60° . Qual é a altura do prédio? (Use $\sqrt{3} \approx 1,73$.)

$$1. \tan 60^\circ = \frac{h}{20}.$$

$$2. h = 20 \cdot \sqrt{3}.$$

$$3. h \approx 20 \cdot 1,73 = 34,6 \text{ m.}$$

Resposta: $20\sqrt{3} \approx 34,6$ m

Erros que custam pontos

Trocar oposto e adjacente

× Errado

Triângulo 3-4-5, oposto a θ é 3: $\cos \theta = \frac{3}{5}$

✓ Certo

Cosseno usa o **adjacente**: $\cos \theta = \frac{4}{5}$. Marque no desenho qual lado encosta no ângulo.

Calculadora em radianos

× Errado

Na calculadora: $\sin(30) = -0,988$

✓ Certo

A calculadora estava em radianos (RAD). Em graus (DEG), $\sin 30^\circ = 0,5$.

Achar que o seno é proporcional ao ângulo

× Errado

$$\sin 60^\circ = 2 \cdot \sin 30^\circ = 1$$

✓ Certo

O seno não cresce em linha reta: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$.

Errar o que $\sin^2 \theta$ significa

× Errado

$$\sin^2 \theta = \sin(\theta^2)$$

✓ Certo

$\sin^2 \theta = (\sin \theta)^2$: primeiro o seno, depois ao quadrado.