

Porcentagem e proporção

Porcentagem e proporção para a vida real: descontos, aumentos sucessivos, regra de três e as pegadinhas que mais caem em prova.

Porcentagem é só uma fração com denominador 100: $35\% = \frac{35}{100} = 0,35$. O segredo das provas é pensar em **fator multiplicativo**: aumentar 20% é multiplicar por 1,2; dar 20% de desconto é multiplicar por 0,8. Com isso, aumentos sucessivos, descontos e “qual era o preço original?” viram uma conta só.

Regra 1

Porcentagem de um valor

$$p\% \text{ de } N = \frac{p}{100} \cdot N$$

Atalhos de cabeça: 10% é “andar a vírgula” uma casa; 5% é metade de 10%; 1% é dividir por 100.

Regra 2

Fator multiplicativo

$$\text{aumento de } p\% : \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$\text{desconto de } p\% : \times \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

Variações sucessivas **multiplicam** os fatores, não somam as porcentagens: +20% e +20% dá $1,2 \cdot 1,2 = 1,44$, ou seja, +44%.

Regra 3

Proporção

$$\text{direta: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{inversa: } a \cdot b = c \cdot d$$

Direta: se uma dobra, a outra dobra (preço e quantidade). Inversa: se uma dobra, a outra cai pela metade (velocidade e tempo).

Exemplos resolvidos, passo a passo

Exemplo resolvido: Variações sucessivas

Uma ação sobe 30% num mês e cai 30% no mês seguinte. Quem comprou no início ganhou ou perdeu? Quanto, em porcentagem?

1. Fator total: $1,3 \cdot 0,7 = 0,91$.
2. Com R\$ 100: sobe para 130, depois cai 30% de 130 (39) e fica em 91.
3. 0,91 é 9% abaixo de 1: perdeu 9%.

Resposta: Perdeu 9%

Exemplo resolvido: Descobrir o preço original

Depois de um desconto de 20%, uma camisa custa R\$ 64. Qual era o preço antes do desconto?

1. Equação: $0,8p = 64$.
2. $p = \frac{64}{0,8} = 80$.
3. Conferindo: 20% de 80 é 16 e $80 - 16 = 64$ ✓.

Resposta: R\$ 80

Erros que custam pontos

Somar porcentagens sucessivas

× Errado

+20% e depois +20% = +40%

✓ Certo

Multiplique os fatores: $1,2 \cdot 1,2 = 1,44$, ou seja, +44%.

Achar que aumento e desconto iguais se cancelam

× Errado

+10% e depois -10%: volta ao preço inicial

✓ Certo

$1,1 \cdot 0,9 = 0,99$: fica 1% abaixo. O desconto é calculado sobre um valor maior.

Desfazer desconto somando a porcentagem

× Errado

Custa 64 após 20% de desconto: original = $64 + 20\% \cdot 64 = 76,80$

✓ Certo

O desconto foi sobre o preço original: $0,8p = 64 \Rightarrow p = 80$.

Tratar proporção inversa como direta

× Errado

6 pintores levam 10 dias $\Rightarrow$ 12 pintores levam 20 dias

✓ Certo

Mais pintores, **menos** dias: $6 \cdot 10 = 12 \cdot d \Rightarrow d = 5$ dias.