

Logaritmos e exponenciais

O essencial de logaritmos e exponenciais: entenda a ideia, resolva questões de prova e evite os erros que custam pontos.

Logaritmo é a **pergunta inversa da potência**. Em vez de perguntar “quanto é 2^5 ?”, o logaritmo pergunta “a que expoente eu elevo 2 para chegar a 32?”. Por isso $\log_2 32 = 5$. Toda questão de logaritmo começa trocando o log por uma potência.

Regra 1

Definição

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

Vale para $a > 0$, $a \neq 1$ e $b > 0$. Na dúvida, reescreva como potência.

Regra 2

Produto, quociente e potência

$$\log(xy) = \log x + \log y$$

$$\log x^n = n \log x$$

E também $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$.
Multiplicação vira soma; expoente vira multiplicação.

Regra 3

Mudança de base

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

Serve para calcular qualquer log na calculadora e para resolver $a^x = b$: $x = \log_a b$.

Exemplos resolvidos, passo a passo

Exemplo resolvido: Equação logarítmica

Resolva $\log_3(2x + 1) = 2$.

1. Pela definição: $2x + 1 = 3^2 = 9$.
2. Isole x : $2x = 8$, então $x = 4$.
3. Confira a condição de existência: $2(4) + 1 = 9 > 0 \checkmark$, e $\log_3 9 = 2 \checkmark$.

Resposta: $x = 4$

Exemplo resolvido: Bases diferentes que são potências da mesma base

Calcule $\log_4 8$.

1. Pela definição, $\log_4 8 = c$ significa $4^c = 8$.
2. Reescreva na base 2: $(2^2)^c = 2^3$, ou seja, $2^{2c} = 2^3$.
3. Bases iguais, expoentes iguais: $2c = 3$, logo $c = \frac{3}{2}$.

Resposta: $\frac{3}{2}$

Erros que custam pontos

Abrir o log de uma soma

× Errado

$$\log(a + b) = \log a + \log b$$

✓ Certo

A regra vale para o **produto**: $\log(ab) = \log a + \log b$. O log de uma soma não se simplifica.

Elevar o log em vez de multiplicar

× Errado

$$\log x^n = (\log x)^n$$

✓ Certo

O expoente **desce multiplicando**: $\log x^n = n \log x$.

Esquecer a condição de existência

× Errado

Resolver a equação e aceitar todas as raízes.

✓ Certo

O logaritmando tem de ser **positivo**. Teste cada raiz na equação original.

Confundir divisão de logs com log da divisão

× Errado

$$\frac{\log a}{\log b} = \log \frac{a}{b}$$

✓ Certo

$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$. Já $\frac{\log a}{\log b}$ é a mudança de base: $\log_b a$.