

Geometria analítica

Geometria analítica sem mistério: distância, ponto médio, equação da reta e da circunferência no plano cartesiano, com uma ferramenta de arrastar pontos e questões de ENEM, vestibular e SAT.

A geometria analítica traduz figuras em números: cada ponto vira um par (x, y) , cada reta vira uma equação e cada circunferência também. A ideia central é que **a distância entre dois pontos é Pitágoras**: os catetos são a diferença dos x e a diferença dos y . Com isso, perguntas de geometria viram contas.

Regra 1

Distância e ponto médio

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

O ponto médio é a **média** das coordenadas. A distância é a hipotenusa de um triângulo retângulo desenhado entre os pontos.

Regra 2

Equação da reta

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Retas **paralelas** têm a mesma inclinação.
Retas **perpendiculares** têm $m_1 \cdot m_2 = -1$:
inverte e troque o sinal ($2 \rightarrow -\frac{1}{2}$).

Regra 3

Circunferência

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Centro (a, b) e raio r . Atenção aos sinais:
 $(x + 2)^2$ significa $a = -2$. E o lado direito é r^2 , não r .

Exemplos resolvidos, passo a passo

Exemplo resolvido: Reta por dois pontos e sua perpendicular

Encontre a equação da reta r que passa por $A(1, 2)$ e $B(3, 8)$. Depois, encontre a reta s , perpendicular a r , que passa por B .

- $m_r = \frac{6}{2} = 3$. $y - 2 = 3(x - 1) \Rightarrow r : y = 3x - 1$.
- $m_s = -\frac{1}{3}$.
- $y - 8 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow s : y = -\frac{1}{3}x + 9$. Conferindo em B : $-1 + 9 = 8 \checkmark$.

Resposta: $r : y = 3x - 1$ e $s : y = -\frac{1}{3}x + 9$

Exemplo resolvido: Que triângulo é esse?

Os pontos $A(1, 1)$, $B(4, 5)$ e $C(8, 2)$ formam um triângulo. Classifique-o quanto aos lados e aos ângulos e calcule sua área.

- $AB = \sqrt{9 + 16} = 5$; $BC = \sqrt{16 + 9} = 5$; $AC = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$.
- $AB = BC$: isósceles. $5^2 + 5^2 = 50 = AC^2$: retângulo em B .
- Área: catetos 5 e 5, $\frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5$.

Resposta: Retângulo isósceles, área 12,5

Erros que custam pontos

Somar as diferenças em vez de usar Pitágoras

× Errado

d entre $(1, 2)$ e $(4, 6) = 3 + 4 = 7$

✓ Certo

As diferenças são catetos:
 $d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Errar o sinal do centro

× Errado

$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 9$:
centro $(2, -5)$

✓ Certo

A forma é $(x - a)^2$: $x + 2 = x - (-2)$. Centro $(-2, 5)$.

Confundir r^2 com r

× Errado

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 36$: raio 36

✓ Certo

O lado direito é r^2 : $r = \sqrt{36} = 6$.

Perpendicular só trocando o sinal

× Errado

Perpendicular a $m = 2$: $m = -2$

✓ Certo

Inverte e troque o sinal: $m = -\frac{1}{2}$, pois $2 \cdot (-\frac{1}{2}) = -1$.