

Funções (1º, 2º grau e afins)

Funções do 1º e do 2º grau com significado: inclinação, intercepto, Bhaskara e vértice explicados com gráficos interativos e questões de ENEM, vestibular e SAT.

Uma função é uma regra que transforma cada entrada x em uma saída y . Na **função do 1º grau** ($y = ax + b$) a saída muda sempre no mesmo ritmo: o gráfico é uma **reta**, e a é quanto y sobe quando x aumenta 1. Na **função do 2º grau** ($y = ax^2 + bx + c$) o ritmo muda: o gráfico é uma **parábola**, com um ponto de máximo ou de mínimo, o **vértice**.

Regra 1

Função do 1º grau

$$f(x) = ax + b \quad a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

a é a inclinação (taxa de variação); b é onde a reta corta o eixo y . A raiz (onde corta o eixo x) é $x = -\frac{b}{a}$.

Regra 2

Raízes do 2º grau

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$: duas raízes reais; $\Delta = 0$: uma raiz (dupla); $\Delta < 0$: nenhuma raiz real. Atalho: soma das raízes $= -\frac{b}{a}$ e produto $= \frac{c}{a}$.

Regra 3

Vértice

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad y_v = f(x_v) = -\frac{\Delta}{4a}$$

$a > 0$: parábola "sorrindo", o vértice é o **mínimo**. $a < 0$: "triste", o vértice é o **máximo**. O x_v fica no meio das duas raízes.

Exemplos resolvidos, passo a passo

Exemplo resolvido: Quando um plano fica mais barato

A academia A cobra R\$ 100 de matrícula e R\$ 80 por mês. A academia B não cobra matrícula, mas cobra R\$ 100 por mês. A partir de quantos meses a academia A sai mais barata?

1. Iguale: $100 + 80m = 100m \Rightarrow 100 = 20m \Rightarrow m = 5$.
2. Em 5 meses as duas custam R\$ 500.
3. Como A cresce 80 por mês e B cresce 100, a partir do 6º mês A é mais barata (em 6 meses: A = 580, B = 600).

Resposta: A partir do 6º mês

Exemplo resolvido: Bhaskara do começo ao fim

Resolva $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

1. $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$.
2. $x = \frac{3 \pm 5}{4}$.
3. $x_1 = \frac{8}{4} = 2$ e $x_2 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$. Conferindo pela soma: $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = -\frac{b}{a}$ ✓.

Resposta: $x = 2$ ou $x = -\frac{1}{2}$

Erros que custam pontos

Inverter a fórmula da inclinação

× Errado

De (1, 3) a (3, 7): $a = \frac{3-1}{7-3} = \frac{1}{2}$

✓ Certo

Inclinação é variação de y sobre variação de x : $\frac{7-3}{3-1} = 2$.

Errar o sinal de $-b$ em Bhaskara

× Errado

$x^2 - 5x + 6 = 0$: $x = \frac{-5 \pm 1}{2}$, raízes -2 e -3

✓ Certo

$b = -5$, então $-b = +5$: $x = \frac{5 \pm 1}{2}$, raízes 2 e 3.

Esquecer a raiz negativa

× Errado

$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

✓ Certo

$x = \pm 3$: tanto 3^2 quanto $(-3)^2$ dão 9.

Dividir por x e perder a raiz zero

× Errado

$x^2 = 5x \Rightarrow x = 5$

✓ Certo

Fatore em vez de dividir: $x(x - 5) = 0$, então $x = 0$ ou $x = 5$.